**Тема 2. «Математические объекты и их представления»**

**Лабораторная работа**

**Компьютерная алгебра** — область математики, лежащая на стыке **алгебры** и вычислительных методов.

**Компьютерная алгебра** — область математики, лежащая на стыке алгебры и вычислительных методов. Для нее, как и для любой области, лежащей на стыке различных наук, трудно определить четкие границы. Часто говорят, что к компьютерной алгебре относятся вопросы, слишком алгебраические, чтобы содержаться в учебниках по вычислительной математике и слишком вычислительные, чтобы содержаться в учебниках по алгебре. При этом ответ на вопрос о том, относится ли конкретная задача к компьютерной алгебре, часто зависит от склонностей специалиста.

**Компьютерная алгебра** - это раздел информатики и вычислительной техники.

Базовые объекты компьютерной алгебры: целые числа, рациональные числа, полиномы от одной переменной, полиномы от нескольких переменных, рациональные функции.

Виды представления математических объектов компьютерной алгебры: предметное представление (примеры: иррациональные числа, алгебраические уравнения, интегральное исчисление), символьное представление (примеры: 2.345 5633 6644, 2х+3у = 5), машинное представление.

Проблема выбора представления математического объекта в компьютерной алгебре объединяет два подхода: абстрактно-алгебраический и программно-технический.

Абстрактно-алгебраический подход основан на использовании отношений эквивалентности алгебраических структур.

Программно-технический подход ставит два вопроса: моделирование объектов компьютерной алгебры посредством совокупности структур хранения данных; разработка представлений и преобразований информации из исходной формы представления во внутреннюю форму и наоборот.

Представление целых чисел:

Возможны различные способы представлений целых чисел:

1. Ограниченной точности, когда количество цифр в целом числе задано. К таковым относятся все стандартные арифметики в языках программирования.

2. Произвольно заданной точности, когда количество цифр в заданном числе можно менять, но только один раз – задавать перед вычислениями.

3. Неограниченной точности, когда количество цифр в числе не ограничивается никаким наперёд заданным числом, кроме ограничений, связанных с размером памяти машины.

В системах компьютерной алгебры целые числа неограниченной точности, реализуются программным путем, (этот тип данных считается базовым).

Представление рациональных чисел:

Возможны различные способы представлений рациональных чисел произвольной точности :

1. Отношение числителя и знаменателя (оба - числа произвольной точности) (более точно, в виде записи, хранящей ссылку на список – числитель и ссылку на список – знаменатель). Такое представление является нормальным. Проблема - для нормального представления необходимо распознавание идентичных чисел. Пример. Записи вида –2 / 3, 2 / -3, 4 / -6, -10 / 15 и т.п. представляют одно и то же число. (

2. Так же, как в (1), но выполнив дополнительные условия :

а) числитель и знаменатель числа должны быть сокращены на наибольший общий делитель (НОД);

б) знаменатель должен быть положительным числом.

Такое представление является каноническим.

Проблема - требуется вычисление НОД двух целых чисел произвольной точности. При большом количестве цифр в числах эта процедура является алгоритмически сложной. Тем более, её надо производить на одном из самых низких уровнях вычислений – при каждом вычислении чисел.

Замечание. В системах компьютерной алгебры обычно используется каноническое представление рациональных чисел произвольной точности.

**Алгебраическая функция** — элементарная функция, которая в окрестности каждой точки области определения может быть неявно задана с помощью алгебраического уравнения.

Алгебраической называется функция, являющаяся решением уравнения: G ( x ) = 0, где G ( x ) – порождающий полином от одной переменной с коэффициентами – полиномами от нескольких переменных с целыми коэффициентами.

Алгебраические функции:

1. Иррациональные
2. Рациональные
   1. целые
   2. дробные

Представление матриц.

Для представления матриц обычно используется плотное представление (т.е. хранятся все элементы матриц, включая нулевые). В некоторых особых случаях для матриц специального вида (диагональных, ленточных и т.п.) применяется разреженное представление.

Замечание. В случае использования разреженного представления требуются специальные алгоритмы преобразований матриц.

[Источник](http://kspt.icc.spbstu.ru/course/comp-algebra)

[Источник](https://matemonline.com/2011/04/klassifikacija-function/)

[Источник](https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/308929)